Environment Canada
Canadian Forestry Service

Environnement Canada
Service canadien des forêts

Formulation of the form-class taper curves

I.S. Alemdag

Information Report PI-X-22
Petawawa National Forestry Institute

87-01484/

PETAWAWA NATIONAL FORESTRY INSTITUTE

The Petawawa National Forestry Institute was formed on April 1, 1979, as the result of an amalgamation of the former Petawawa Forest Experiment Station, which had existed for more than 60 years, with the Ottawa-based Forest Management and Forest Fire Research institutes.

In common with the rest of the Canadian Forestry Service, the Petawawa National Forestry Institute has as its objective the promotion of better management and wiser use of Canada's forest resource to the economic and social benefit of all Canadians. Because it is a national institute, particular emphasis is placed on research into problems that transcend regional boundaries or that require special expertise and expensive equipment that cannot be duplicated in CFS regional establishments. Such research is often performed in close cooperation with staff of the regional centres or provincial forest services.

Research at the institute is in two main areas:

FIRE RESEARCH AND REMOTE SENSING. Every year in Canada large areas of productive forest are destroyed by fire. Research concentrates on studies of forest fire behaviour, the development of new methods of fire control, the evaluation of fire-fighting equipment and retardants, and the development of computerized fire management systems that are rapidly finding applications with fire-fighting agencies across the country. The environmental and economic impact of forest fires and the use of fire as a silvicultural tool for intensive forest management are also studied.

In remote sensing, investigations are made into the application of modern satellite and airborne remote sensing systems to forestry problems. In this respect, the ARIES digital image analysis system is proving invaluable.

INTENSIVE FOREST MANAGEMENT. As Canada moves into more intensive management of its forests to meet expected increases in demand for this important resource, the role of this program will become increasingly important. An extensive reforestation program will require a steady supply of high-quality seed of the desired species. Improved growing stock, obtained through tree breeding and forest genetics research, is highly desirable. Increased emphasis is being placed on using the entire above-ground portion of the tree (biomass), but the effect on the environment of this and other forms of intensive management has to be carefully monitored. Biotechnological methods of improving yield while maintaining site productivity are being investigated.

In support of its research programs, the institute has at its disposal a 98-km^2 area of forest in the northern part of the Petawawa military reserve. Records of experiments and sample plots have been maintained since the 1920s. The forest also serves as a field laboratory for students from local schools, and a visitor centre is operated during the summer months.

FORMULATION OF THE FORM-CLASS TAPER CURVES

Information Report PI-X-22

I.S. Alemdag

Petawawa National Forestry Institute
Canadian Forestry Service
Environment Canada
1983

©Minister of Supply and Services Canada 1983
Catalogue No. Fo46-11/22-1983E
ISSN 0706-1854
ISBN 0-662-12659-9

Additional copies of this publication can be obtained from

Technical Information and Distribution Centre
Petawawa National Forestry Institute
Canadian Forestry Service
Environment Canada
Chalk River, Ontario
K0J 1J0

Telephone 613 589-2880

Cette publication est aussi disponible en français sous le titre Formulation de courbes de défilement exprimées en quotient de forme.

Contents

1 Abstract/Résumé

1 Introduction

1 Background information

3 Data

3 Method and analysis

5 Results

9 Acknowledgment

9 Literature

Tables

4 1. The old and the new relative heights and the heights at given locations on the stem as a result of the new breast height at 1.30 m. New relative heights are calculated as an example for 20.00 m of height above the old breast height of 1.372 m

6 2. Coefficients of the form-class taper-curve equations

9 3. Original and estimated diameter percentages for (a) FC60 of balsam fir, (b) FC75 of eastern white pine older than 120 years and larger than 49.5 cm of D

Figures

2 1. The illustration of the form-quotient concept.

3 2. Diagram illustrating changes of locations and values of relative heights as a result of the change in new location of the breast height from 1.372 m to 1.300 m. New relative heights are calculated as an example for 20.00 m of height above the old breast height of 1.372 m.

8 3. Formulated form-class taper curves of (a) FC60 of balsam fir, and (b) FC75 of eastern white pine older than 120 years and larger than 49.5 cm of D.

8 4. Stem forms in jack pine, above breast height, by the variables of breast height diameter, total tree height above breast height, and form class: (a) for a given diameter when heights are same, (b) for a given form class when diameters are same, and (c) for a given form class when heights are same.

FORMULATION OF THE FORM-CLASS TAPER CURVES

Abstract
The equations were developed for the free-hand form-class taper curves that were prepared by the Canadian Forestry Service many years ago. The purpose was to eliminate errors due to interpolations and to make them adaptable for computer use as well as for metric usage.

Résumé
Les équations ont été développées pour les courbes à main levee de défilement exprimées en quotient de forme. Ces courbes avaient été préparées par le service canadien des forêts plusieurs années auparavant. Le but était d'éliminer les erreurs dues aux interpolations et de les rendre adaptables aussi bien pour l'ordinateur que pour utilisation dans le système métrique.

INTRODUCTION

Form-class taper tables for various tree species were first published by the Canadian Forestry Service in 1930, together with form-class volume tables (Anon. 1930). These tables were revised in 1948 (Anon. 1948). For each tree species, or size or age group within a species, free-hand taper curves were given for two or more form classes. The species studied were balsam fir (Abies balsamea (L.) Mill.), jack pine (Pinus banksiana Lamb.), lodgepole pine (Pinus contorta Dougl. var. latifolia Engelm.), red pine (Pinus resinosa Ait.), eastern white pine (Pinus strobus L.), white spruce (Picea glauca (Moench) Voss), red spruce (Picea rubens Sarg.) and black spruce (Picea mariana (Mill.) B.S.P.). The spruces were studied as one group.

In these taper tables, taper ratios are provided only for some relative heights. When a ratio at a point on the stem other than at these relative heights is needed, an interpolation is required. That can be expected to introduce a source of error into the investigations. Bonnor (1968) demonstrated that a straight-line interpolation between the two measurement points on the stem results in significant errors. Therefore, the purpose of this report is to formulate these curves in order to eliminate this interpolation problem, and at the same time make them adaptable to the use of digital computers. While formulating these tables, metric conversion was considered, but was found to be unnecessary.[1] This will be discussed in detail later in this report.

BACKGROUND INFORMATION

Taper, by definition, is "...the decrease in thickness, generally in terms of diameter, of a tree stem or log from the base upwards" (Ford-Robertson 1971). The curves or tables incorporating these decreases are used primarily for constructing total-stem or merchantable volume tables, and to provide a good picture of the longitudinal profile of stem. Along this line Belyea (1931) states: "The definite endeavor of a taper table is to demonstrate the average form of trees as

I.S. Alemdag is a research scientist at the Petawawa National Forestry Institute, Canadian Forestry Service, Environment Canada, Chalk River, Ontario, K0J 1J0.

Manuscript approved for publication: 8 June 1983.

[1] Lately, aforementioned form-class volume tables were formulated and converted into metric units by Berry (1981).

a step toward the accurate compilation of their volume." The methods of constructing the volume tables by means of taper tables have been demonstrated by many foresters, including Behre (1927), Heger (1965), Berry (1969) and Husch et al. (1972). Taper curves are useful tools (a) for the estimations of the number of roundwood products in trees of different sizes (Stiell and von Althen 1964), (b) for the computation of volume to meet any standard of utilization and any form of product (Belyea 1931) such as merchantable volume to a given top diameter, (c) for the prediction of any length of section at any location along the stem (Demaerschalk 1973), and (d) for the calculation of the length of any stem section per unit of volume (Kozak et al. 1968). Taper curves are also required by the harvesting equipment manufacturers who need to know at what height the merchantable diameter limit occurs, or what the stem diameter is at a certain height[2]. Such information is likewise needed for many other forestry purposes. Taper curves, along with wood density, can also be used in calculating the biomass of any given section on the stem. Finally, as suggested in the previously mentioned volume-tables publication (Anon. 1948), "...by use of these taper tables, entirely new form-class volume tables may be constructed to suit the requirements of local utilization."

Form class (FC), by definition, is "...any of the intervals into which a numerical expression of the taper may be divided for classification or use - commonly a range of form factors, form quotients or form-point heights" (Ford-Robertson 1971). Among these expressions of the taper, form quotient is the ratio of any diameter on a tree stem to the diameter at breast height (For instance, d_1/D or d_2/D, in Figure 1). If this ratio is expressed as being the diameter at half the tree height above breast height divided by the diameter at breast height, it is called absolute form-quotient (For instance, d at H/2 divided by D, in Figure 1). It is these absolute form-quotients which comprised the form classes used in constructing the taper tables in the original publication. These form classes are as 0.576-0.625, 0.626-0.675, 0.676-0.725 and 0.726-0.775, in terms of absolute form-quotients. The form classes were then expressed as 100 times the actual ratio of the mid-class, and were identified as 60, 65, 70 and 75.

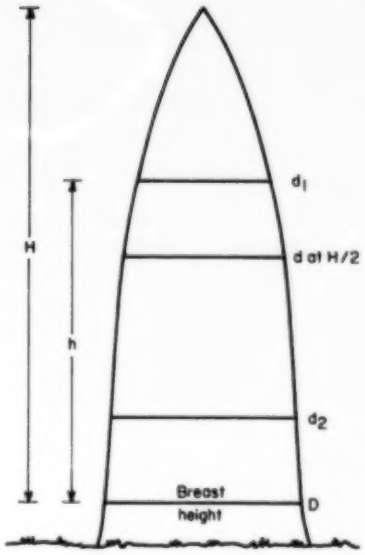

Figure 1. The illustration of the form-quotient concept.

The taper tables provided in the above mentioned form-class volume tables (Anon. 1930) enable us to estimate directly or by interpolation, for a specified form class, the relative diameter of a tree stem at a given relative height. In these tables, the relative diameter is defined as the ratio of a diameter inside bark on the stem (d) to the breast height diameter inside bark (D) measured at 4.5 feet (1.372 m), and the relative height is shown as the ratio of the height above 4.5 feet where diameter is measured (h) to the tree height above 4.5 feet (H). On a given tree by its D and H, once the relative height (h/H) is known, the stem diameter at this height will be found by multiplying the corresponding relative diameter (d/D) by the breast height diameter of that particular tree.

[2] Newnham, R.M. 1971. A file report.

DATA

In order to formulate these curves - a total of 34 for eight tree species - the relative diameters are read on each curve at each relative height, to be treated later as the observed values (actually they are taken from the taper tables given in the 1948 edition of the above mentioned publication). In these tables, relative diameters were provided at each tenth part of the height above breast height, from 0.0 to 1.0. Relative diameters were shown as percentages. For each curve, 11 pairs of readings were available. These free-hand curves were originally based on a number of trees ranging from 243 (lodgepole pine) to 917 (the spruces).

METHOD AND ANALYSIS

Although these curves were drawn using the measurements taken in inches and feet, because their two variables are expressed in relative values, the ratios are dimensionless. Consequently, they are suitable for metric units in the present form. The only concern regarding metric practice would be the replacement of the location of breast height. The new breast height diameter is measured at 7.2 cm below the old location on the stem, and consequently the new height above breast height of the tree is 7.2 cm longer. When working with the observed relative diameter values in formulating the curves, this height difference will change the original relative-height values of the relative-diameter readings to new values of

$$\acute{p} = (p.H + 0.072)/(H + 0.072)$$

where $\acute{p}$ is the new relative height, p the original relative height and H as before, in metres (Figure 2). This change may require an adjustment on the observed data. However, because of the following reasons, no alteration regarding the height difference due to the new location of the breast height diameter in the metric system was found justified. When Figure 2 and Table 1 are studied together, it can be seen that:

First, the relative diameter 100.0%

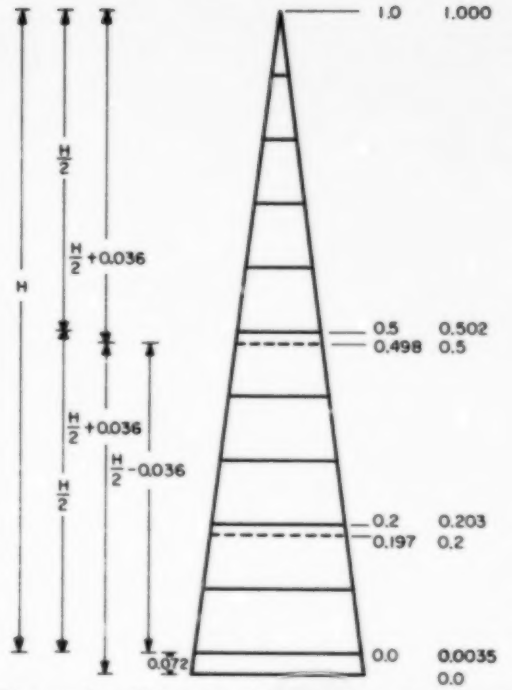

Figure 2. Diagram illustrating changes of locations and values of relative heights as a result of the change in new location of the breast height from 1.372 m to 1.300 m. New relative heights are calculated as an example for 20.00 m of height above the old breast height of 1.372 m.

will no longer correspond to the relative height zero but to a value of around 0.0035, and the new relative height zero will carry a value of relative diameter slightly higher than 100.0%. These are neither acceptable nor are they possible to correct. Secondly, the difference between the old and the new locations of the same relative height is very insignificant and can be disregarded. For instance, in the given example, it is 3.6 cm at h/H = 0.5 and 1.4 cm at h/H = 0.2. Thirdly, d/D readings at the middle of the new height will not coincide with the original mid-values and therefore the new curves could no longer be called FC60, 65, 70 or 75. Fourthly, this new value of relative height corresponding to the original relative diameter is

Table 1. The old and the new relative heights and the heights at given locations on the stem as a result of the new breast height at 1.30 m. New relative heights are calculated as an example for 20.00 m of height above the old breast height of 1.372 m

H = 20.00 m		H = 20.072 m		
Original		New		Original
h/H	h (m)	h/H	h (m)	d/D (%)
1.0	20.00	1.000	20.072	0.0
0.9	18.00	0.900	18.065	13.4
0.8	16.00	0.801	16.078	26.1
0.7	14.00	0.701	14.070	38.0
0.6	12.00	0.601	12.063	49.3
0.5	*10.00*	*0.502*	*10.076*	*60.00*
0.498	*9.96*	*0.5*	*10.036*	*59.79*
0.4	8.00	0.402	8.069	70.5
0.3	6.00	0.302	6.062	79.4
0.2	4.00	0.203	4.075	86.9
0.197	3.94	0.2	4.014	-
0.1	2.00	0.103	2.067	93.3
0.0	0.00*	0.0036	0.072	100.0
		0.0	0.00 **	100.8

*At 1.372 m above ground level.
**At 1.300 m above ground level.

dependent on tree height, and the existence of H in this expression requires generating several curves for each of the present FC taper curves.

As a result of these arguments, the form-class indexes of 60, 65, 70 and 75 were not altered either.

When relative diameter values of the FC taper curves were plotted over relative height values, they formed a polynomial curve of a decreasing convex shape between h/H equal to zero and to 1.0. Some curves demonstrated a sigmoidal shape at the beginning of the curve, i.e., above the point of breast height. On every curve, when h/H = 0.0, d/D = 100.0%; when h/H = 1.0, d/D = 0.0%; and when h/H = 0.5, d/D = FC index. Because of this situation, whatever curve equation is chosen, it must be a conditioned equation.

These conditioned curves can be formulated in two ways: (1) by applying regression analysis to the 11 pairs of measurements, or (2) by using an algebraic method. If the equations are to be developed by the regression method, under

If, for instance, this polynomial curve-equation is in the form of

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2 + b_3 \cdot X^3$$

then, with the constraints governing the situation, that is, with

$b_0 = 100.0$, and

$b_1 + b_2 + b_3 = -100.0$

a regression analysis is to be done with its transformed model of

$$(Y - 100.0 + 100.0 \cdot X) = b_2 \cdot (X^2 - X) + b_3 \cdot (X^3 - X)$$

in order to establish the b_2 and b_3 parameters. Then, b_1 is to be determined by

$$b_1 = -100.0 - b_2 - b_3$$

knowing that this fit may not be the best. The values of the percent of variation explained and the standard error of estimate are to be calculated by using their own formulas with the observed data and these parameters.

the present circumstances there will be no difficulty in satisfying the first and the second conditions, i.e. having exactly the same d/D values for the two ends of the curves by using a transformation of the actual model if the model is chosen to be a polynomial curve (see footnote previous page). However, in this case, passing through the third point (FC value) would not be achieved easily. On the other hand, the algebraic method can satisfy any number of constraints, having any chosen powers of h/H. For this reason, the second method was followed for developing the conditional taper equations.

Because the objective is to have these conditioned curves resemble the original shapes of the free-hand curves as closely as possible, it was decided that the equations should pass through two more curve points in addition to the three conditions stated above. These were chosen at h/H = 0.2 (near the bottom of the stem) and at h/H = 0.7 (above the middle of stem). Another reason for this is that if only the first three points are used in developing the equations, regardless of tree species, all FC60 (or 65, 70, 75) curves would end up to be exactly the same. Furthermore, including the third and the fourth powers of the h/H variable in the equation would probably make it possible to fit the sigmoidal part of the curve.

Even though it was shown by Gray (1956) and Newnham (1965) and then confirmed by other researchers (Kozak and Smith 1966, Munro 1968) that a quadratic parabola and simple functions were well suited to description of bole shape, for the above reasons a function other than the quadratic had to be chosen. After these decisions were made, the following model was selected to formulate the curves:

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2 + b_3 \cdot X^3 + b_4 \cdot X^4$$

where Y = d/D and X = h/H.

According to the constraints set above, b_0 is always 100.0 and the sum of the b coefficients is equal to −100.0. Therefore,

$$b_1 = -100.0 - b_2 - b_3 - b_4$$

When the coefficient b_1 in the model is replaced with this new b_1 and the model simplified, it becomes

$$Y = (1.0-X) \cdot 100.0 + (X^2-X) \cdot b_2 + (X^3-X) \cdot b_3 + (X^4-X) \cdot b_4$$

To be able to find the unknown coefficients of b_2, b_3 and b_4, we need three different equations with three pairs of d/D and h/H values from the observed data, such as indicated above (d/D at 0.2, 0.5 and 0.7). The coefficient b_1 will then be simple to calculate.

Following the establishment of the coefficients for each FC curve, one has to know how well the model has fit the data. This can be judged by the values of the percent of variation explained (R^2) and the standard error of estimate as percent of the mean (SEE%) of the predicted value. These can easily be calculated from their appropriate formulas and by using the observed data together with the established coefficients, in the above given model.

RESULTS

The equation coefficients for each of the 34 form-class taper curves were solved using the above model, and are provided in Table 2. This table also consists of the R^2 and the SEE% values. Extremely high R^2 and extremely low SEE% values indicate a near perfect fit. The good fit is to be expected because the equations were developed using observed data read off the already established curves, and the residuals for the five out of 11 observed values were set to zero. However, they also show how well the free-hand curves were originally drawn and how appropriately the chosen mathematical curve-model fits.

Using these established coefficients, all the curves were computer-plotted for every 0.01 value of X for checking purposes, and no peculiarities due to the third and the fourth powers of the independent variable were found.

Table 2. Coefficients of the form-class taper-curve equations

Form Class	Equation coefficients* b_1	b_2	b_3	b_4	R^2	SEE%
			Balsam fir			
60	-54.612	-57.054	13.452	-1.786	0.9999	0.82
65	-62.322	45.655	-160.714	77.381	0.9998	0.96
70	-64.703	121.369	-291.190	134.524	0.9994	1.67
75	-54.642	107.976	-241.429	88.095	0.9995	1.39
			Jack pine			
60	-79.493	37.827	-97.024	38.690	0.9996	1.47
65	-85.089	76.756	-94.643	2.976	0.9997	1.12
70	-71.102	52.768	-40.595	-41.071	0.9994	1.63
			Lodgepole pine			
60	-72.173	-72.827	183.690	-138.690	0.9993	1.87
65	-93.542	81.875	-50.833	-37.500	0.9995	1.51
70	-62.023	-14.643	98.095	-121.429	0.9997	1.07
			Red pine			
			Over 120 yrs			
70	-92.797	96.131	-18.810	-84.524	0.9963	3.92
75	-85.953	129.826	-86.190	-57.143	0.9987	2.21
			Under 120 yrs			
70	-72.470	74.137	-95.119	-6.548	0.9967	3.91
75	-59.375	67.708	-87.500	-20.833	0.9999	0.61
			Eastern white pine			
			Over 120 yrs			
			Below 36.6 cm			
65	-97.917	101.250	-78.333	-25.000	0.9995	1.48
70	-71.905	85.238	-132.381	19.048	0.9999	0.33
75	-65.535	122.202	-207.857	51.190	0.9999	0.27
			From 36.6 cm to 49.5 cm			
65	-108.958	173.958	-219.167	54.167	0.9994	1.71
70	-103.542	218.542	-310.833	95.833	0.9999	0.77
75	-78.660	180.327	-290.357	88.690	0.9999	0.25

Table 2. (cont'd).

Form Class	Equation coefficients* b_1	b_2	b_3	b_4	R^2	SEE%
			Above 49.5 cm			
65	-128.809	275.476	-384.762	138.095	0.9994	1.71
70	-106.993	225.327	-307.024	88.690	0.9996	1.27
75	-105.417	295.417	-448.333	158.333	0.9998	0.89
			Under 120 yrs			
60	-64.375	36.042	-117.500	45.833	0.9997	1.38
65	-68.185	123.185	-272.262	117.262	0.9999	0.77
70	-57.173	102.173	-206.310	61.310	0.9995	1.41
			Spruces			
			Below 24.1 cm			
60	-92.143	92.143	-171.429	71.429	0.9998	1.07
65	-56.190	-13.810	-25.238	-4.762	0.9999	0.57
70	-61.487	74.821	-174.048	60.714	0.9996	1.33
75	-49.970	54.970	-115.119	10.119	0.9999	0.67
			Above 24.0 cm			
60	-92.232	77.232	-126.071	41.071	0.9998	0.94
65	-93.215	136.548	-217.143	73.810	0.9997	1.18
70	-89.733	191.399	-326.071	124.405	0.9994	1.60
75	-63.006	128.006	-242.976	77.976	0.9993	1.66

*Coefficient b_0 is always 100.0.

However, it was noted that, wherever it occurs, the sigmoid shape of the curve was closely approximated.

When any of these equations are evaluated, it can be seen that for h/H = 0.0, d/D = 100.0; for h/H = 1.0, d/D = 0.0; and d/D values at the h/H values of 0.2, 0.5 and 0.7 agree with the original d/D values. The relative diameter at h/H = 0.5 is, of course, the FC name of the curve. An example of the original and estimated relative diameters or diameter ratios at different relative heights is provided in Table 3, using FC60 of balsam fir and FC75 of eastern white pine older than 120 years and larger than 49.5 cm of D. The curves of these formulated values are also shown in Figure 3.

As has been demonstrated to this point, three variables control the shape of the longitudinal profile of the stem: diameter at breast height, total tree height above breast height, and the absolute form-quotients represented by form classes. However, in a given tree species, changes in stem form with one of these variables is not easy to perceive, if the others are kept constant. This is illustrated in Figure 4 for a visual inspection of (a) trees of a specific diameter and total height, (b) trees of a specific form class and diameter, and (c) trees of a

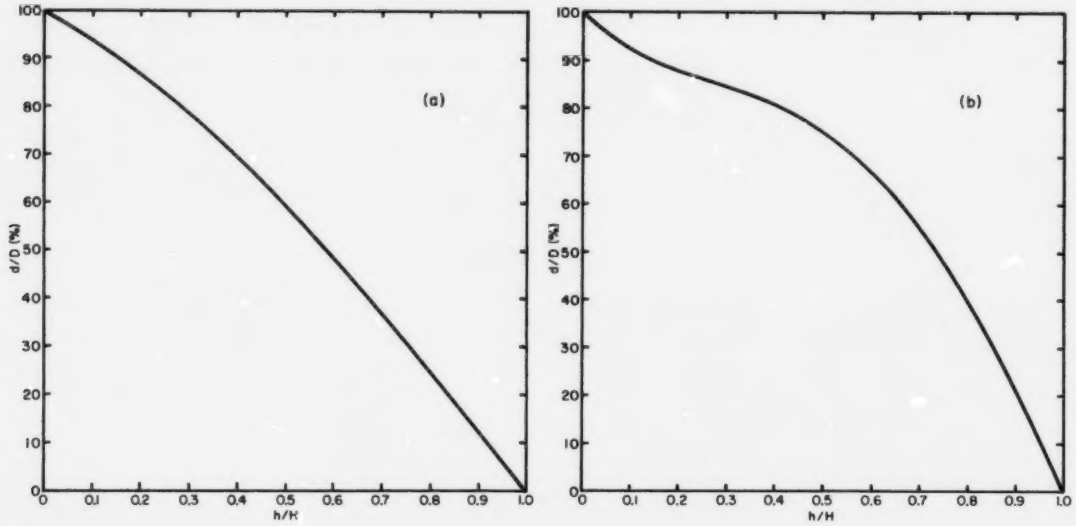

Figure 3. Formulated form-class taper curves of (a) FC60 of balsam fir, and (b) FC75 of eastern white pine older than 120 years and larger than 49.5 cm of D.

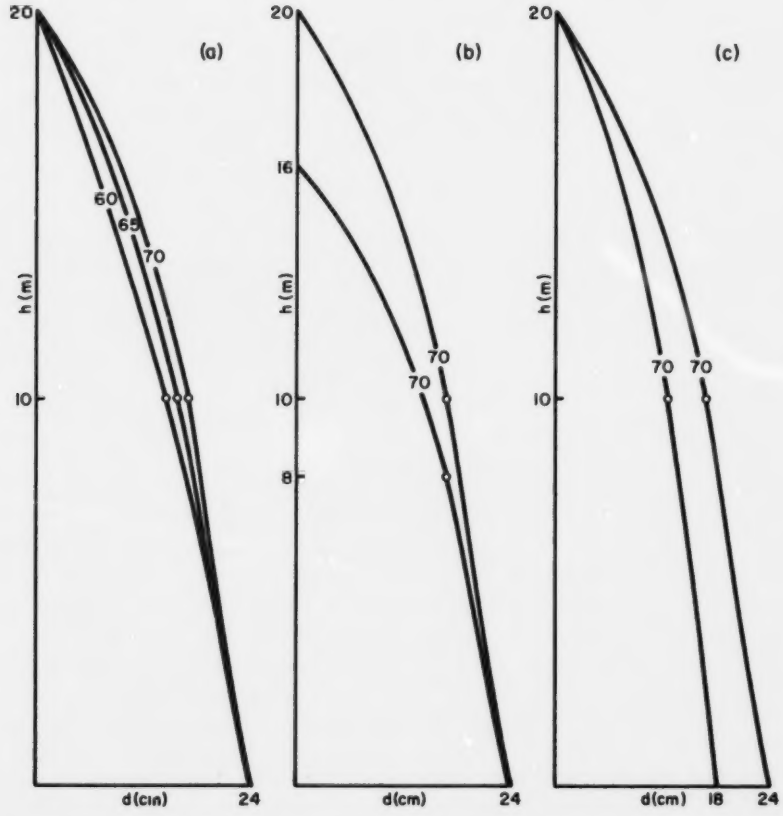

Figure 4. Stem forms in jack pine, above breast height, by the variables of breast height diameter, total tree height above breast height, and form class: (a) for a given diameter when heights are same, (b) for a given form class when diameters are same, and (c) for a given form class when heights are same.

Table 3. Original and estimated diameter percentages for (a) FC60 of balsam fir, (b) FC75 of eastern white pine older than 120 years and larger than 49.5 cm of D

h/H	a		b	
	Original d/D (%)	Estimated d/D (%)	Original d/D (%)	Estimated d/D (%)
0.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.1	93.3	94.0	91.0	92.0
0.2	86.9	86.9	87.4	87.4
0.3	79.4	78.8	83.8	84.1
0.4	70.5	69.8	80.0	80.5
0.5	60.0	60.0	75.0	75.0
0.6	49.3	49.4	67.0	66.8
0.7	38.0	38.0	55.2	55.2
0.8	26.1	26.0	40.6	40.0
0.9	13.4	13.3	22.0	21.5
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0

specific form class and total height.

One of the advantages of these curve formulas, as mentioned earlier, is to be able to estimate diameters at any point along the stem without interpolating between the tenths of the height when handling large numbers of trees.

These developed equations are good for metric units and for breast height diameters taken at 1.30 m above ground.

ACKNOWLEDGMENT

Drafting of the figures by Mr. D.J. McGuire, Technician, Timber and Biomass Growth and Yield Project, Petawawa National Forestry Institute is thankfully acknowledged.

LITERATURE

Anon. 1930. Form-class volume tables. Can. Dept. Interior, Forest Serv. 199 p.

Anon. 1948. Form-class volume tables. Can. Dept. Mines and Res., Dominion Forest Serv. 261 p.

Behre, C.E. 1927. Form-class taper tables and volume tables and their application. J. Agr. Res. 35: 673-744.

Belyea, H.C. 1931. Forest measurement. John Wiley and Sons, Inc. New York. 319 p.

Berry, A.B. 1969. Revised volume tables and taper curves for plantation white spruce. Can. Dept. Fish. and For., Petawawa For. Exp. Sta., Inf. Rep. PS-X-9. 18 p.

Berry, A.B. 1981. Metric form-class volume tables. Can. Dept. Environ., Can. For. Serv., Petawawa Nat. For. Inst., Inf. Rep. PI-X-10. 24 p.

Bonnor, G.M. 1968. Interpolation errors on some stem profiles. For. Chron. 44(5): 24-25.

Demaerschalk, J.P. 1973. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. Can. J. For. Res. 3(1): 90-94.

Ford-Robertson, F.C., Editor. 1971. Terminology of forest science, technology, practice and products. English-language version. Soc. Am. For., Washington, D.C. 349 p.

Gray, H.R. 1956. The form and taper of forest tree stems. Imp. For. Inst. Paper 32. 79 p.

Heger, L. 1965. A trial of Hohenadl's method of stem form and stem volume estimation. For. Chron. 41(4): 466-475.

Husch, B; Miller, C.I.; Beers, T.W. 1972. Forest mensuration. The Ronald Press Company, New York. 410 p.

Kozak, A.; Smith, J.H.G. 1966. Critical analysis of multivariate techniques for estimating tree taper suggests that simpler methods are best. For. Chron. 42(4): 458-463.

Kozak, A.; Munro, D.D.; Smith, J.H.G. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. For. Chron. 45(4): 278-283.

Munro, D.D. 1968. Methods of describing distribution of soundwood in mature western hemlock trees. Univ. B.C., Fac. For., Ph.D. thesis. 188 p.

Newnham, R.M. 1965. Stem form and the variation of taper with age and thinning regime. Forestry 38(2): 218-224.

Stiell, W.M.; von Althen, F.W. 1964. Revised taper curves and volume tables for plantation red pine. Can. Dept. For., Forest Res. Br., Publ. No. 1075. 19 p.

Environnement Canada
Service canadien des forêts

Environment Canada
Canadian Forestry Service

Formulation de courbes de défilement exprimées en quotient de forme

I.S. Alemdag

Rapport d'information PI-X-22F
Institut forestier national de Petawawa

INSTITUT FORESTIER NATIONAL DE PETAWAWA

L'Institut forestier national de Petawawa (IFNP) a été créé le 1er avril 1979, suite au fusionnement de la Station expérimentale forestière de Petawawa et de deux Instituts établis à Ottawa; celui de l'aménagement forestier et celui de la recherche sur les feux de forêt. En 1980, est venue s'y adjoindre la Direction de la statistique forestière et des systèmes.

Son mandat, comme celui des autres établissements du Service canadien des forêts, est de promouvoir une meilleure gestion et une utilisation plus rationnelle des ressources forestières du Canada, pour le bien économique et social de tous les Canadiens. En tant qu'Institut national, il doit s'attacher à des problèmes qui débordent le cadre régional ou qui nécessitent des compétences particulières de même qu'un équipement coûteux, non disponible aux installations régionales du Service canadien des forêts. La plupart du temps, ses recherches sont effectuées en étroite collaboration avec le personnel des centres régionaux ou des services forestiers des provinces.

L'Institut mène en parallèle deux programmes de recherche:

RECHERCHES SUR LES FEUX ET EN TELEDETECTION. D'immenses étendues de terres forestières productives sont ravagées chaque année au Canada par les feux de forêt. Les recherches portent sur le comportement des feux de forêt, sur de nouvelles méthodes pour les combattre. Elles s'attardent aussi à l'évaluation de matériel d'extinction et de retardateurs. Elles s'intéressent encore au développement de systèmes informatisés de défense contre les incendies, systèmes que ne tardent pas à utiliser les organismes qui, à travers le pays, luttent contre les feux. Quel est l'impact des feux de forêt sur l'environnement et l'économie et comment, en sylviculture, tirer parti du feu pour un aménagement intensif des forêts, demeurent aussi la préoccupation des chercheurs.

En télédetection, la recherche veut exploiter les récentes techniques aéroportées et spatiales. A cet égard, ARIES, le système de traitement des images numériques s'avère des plus intéressants.

AMENAGEMENT INTENSIF DES FORÊTS. Alors que le Canada accentue ses efforts d'aménagement forestier pour répondre à une hausse prévue de la demande de bois, le rôle de ce programme d'aménagement à l'Institut prendra de plus en plus d'importance. Nul doute qu'un vaste programme de régénération intensive va nécessiter un approvisionnement sûr en semences de haute qualité des espèces voulues. En vue de constituer un meilleur stock de matériel sur pied, des recherches pour l'amélioration génétique des arbres forestiers sont grandement souhaitables. Si l'utilisation accrue de toute la partie aérienne de l'arbre (la biomasse) reste un objectif à atteindre, il faudra cependant étudier avec soin son incidence sur l'environnement; et l'on devra faire de même pour toute autre forme d'aménagement intensif. Des méthodes bio-technologiques permettant d'accroître le rendement tout en maintenant la productivité sont aussi à l'étude.

Pour mener à bien ses programmes de recherche, l'Institut dispose d'une superficie forestière de 98 km² dans la partie ouest de la réserve militaire de Petawawa. Il conserve, depuis les années 20, les registres des expériences et depuis cette même époque ne cesse d'aménager des placettes d'échantillonnage. La forêt sert également de laboratoire pour les écoles de la région. De plus, un centre d'accueil reçoit des visiteurs tout au long de l'été.

La Direction de la statistique forestière et des systèmes (DSFS), établie à l'Institut, est chargée de recueillir et de publier les données sur les ressources forestières du Canada. L'entremise du comité de l'inventaire des forêts, formé de responsables du fédéral et des provinces, facilite grandement ses rapports avec les organismes forestiers provinciaux pour améliorer et uniformiser les données sur ces ressources.

Par l'intermédiaire du programme FORSTATS, qui implique tous les centres régionaux du Service canadien des forêts, la DSFS coordonne, au sein de ce Service, la cueillette et la publication de statistiques nationales sur les forêts du Canada.

A tous les cinq ans, elle publie un inventaire des forêts du Canada. Ce rapport officiel renseigne sur les lieu, superficie, espèce et état de nos forêts. Ses nombreux contacts avec les provinces visent aussi à réunir le plus de données possibles sur les perturbations survenues en forêt: feux, récoltes, insectes, maladies, et opérations d'aménagement. Ces données sont essentielles pour planifier des stratégies à même de favoriser l'aménagement de cette ressource naturelle renouvelable et combien importante.

FORMULATION DE COURBES DE DÉFILEMENT EXPRIMÉES EN QUOTIENT DE FORME

Rapport d'information PI-X-22F

I.S. Alemdag

Institut forestier national de Petawawa
Service canadien des forêts
Environnement Canada
1984

©Ministère des Approvisionnements et Services
Canada 1984
Catalogue No. Fo46-11/22-1984F
ISSN 0228-0736
ISBN 0-662-92333-2

Vous pouvez obtenir des exemplaires supplémentaires
de la présente publication en vous adressant au:

Centre de diffusion et d'information technique
Institut forestier national de Petawawa
Service canadien des forêts
Environnement Canada
Chalk River, Ontario
K0J 1J0

Téléphone: (613) 589-2880

This publication is also available in English under the
title Formulation of the form-class taper curves.

Table des matières

i Resumé/Abstract

1 Introduction

1 Informations préliminaires

3 Données

3 Méthode et analyse

7 Résultats

12 Remerciements

12 Bibliographie

Tableaux

5 1. Les anciennes et les nouvelles hauteurs relatives et les hauteurs à divers endroits de la tige résultant du changement de la hauteur de poitrine, nouvelle hauteur: 1,30 mètre. Les nouvelles hauteurs relatives sont calculées, à titre d'exemple, pour une hauteur de 20,00 mètres au-dessus de l'ancienne hauteur de poitrine de 1,372 mètre

8 2. Coefficients des équations des courbes de défilement par classe de forme

10 3. Pourcentages des diamètres initiaux et estimés pour a) la CF60 du sapin baumier, b) la CF75 du pin blanc âgé de plus de 120 ans et dont le diamètre est supérieur à 49,5 cm

Figures

3 1. Illustration de la notion de quotient de forme.

4 2. Diagramme faisant voir les changement de position et de valeur des hauteurs relatives suite au changements de la hauteur de poitrine qui passe de 1,372 mètre à 1,300 mètre. Les nouvelles hauteurs relatives sont calculées, à titre d'exemple, pour 20,00 mètres au-dessus de l'ancienne hauteur de poitrine de 1,372 mètre.

11 3. Courbes de défilement formulées par classe de forme pour a) la CF60 du sapin baumier, et b) la CF75 du pin blanc âgé de plus de 120 ans et dont le diamètre est supérieur à 49,5 cm.

11 | 4. Les formes du pin gris, au-dessus de la hauteur de poitrine, en fonction du diamètre à hauteur de poitrine, de la hauteur totale de l'arbre au-dessus de la hauteur de poitrine et du quotient de forme: a) pour un diamètre donné quand les hauteurs sont les mêmes, b) pour un quotient de forme donné quand les diamètres sont les mêmes, et c) pour un quotient de forme donné quand les hauteurs sont les mêmes.

Résumé

Les équations ont été développées pour les courbes, tracées à main levée, de défilement selon la classe de forme. Des courbes avaient été préparées par le Service canadien des forêts plusieurs années auparavant. Le but de ces équations était d'éliminer les erreurs dues aux interpolations et de les rendre adaptables aussi bien à l'ordinateur qu'au système métrique.

Abstract

The equations were developed for the free-hand form-class taper curves that were prepared by the Canadian Forestry Service many years ago. The purpose was to eliminate errors due to interpolations and to make them adaptable for computer use as well as for metric usage.

FORMULATION DE COURBES DE DÉFILEMENT EXPRIMÉES EN QUOTIENT DE FORME

INTRODUCTION

La première publication, par le Service canadien des forêts, de tables de défilement et de tables de cubage par classe de forme (Anonyme 1930), remonte à 1930. Ces tables ont par la suite été révisées en 1948 (Anonyme 1948). Pour chaque espèce d'arbres, ou pour telle espèce selon sa dimension ou sa classe d'âge, on donnait des courbes de défilement tracées à la main pour une ou plusieurs classes de forme. Les espèces étudiées étaient le sapin baumier (Abies balsamea [L.] Mill.), le pin gris (Pinus banksiana Lamb.), le pin lodgepole (Pinus contorta Dougl. var. latifolia Engelm.), le pin rouge (Pinus resinosa Ait.), le pin blanc (Pinus strobus L.), l'épinette blanche (Picea glauca [Moench] Voss), l'épinette rouge (Picea rubens Sarg.) et l'épinette noire (Picea mariana [Mill.] B.S.P.). Dans l'étude, on a considéré les épinettes comme formant un seul groupe.

Dans ces tables de défilement, les coefficients de décroissance ne sont donnés que pour certaines hauteurs relatives. Lorsqu'on veut connaître le coefficient à un point de la tige autre que celui d'une des hauteurs relatives, une interpolation s'impose. On doit donc s'attendre à ce que ce procédé entache les études de certaines erreurs. Bonnor (1968) a fait la preuve qu'une interpolation linéaire entre deux points de mesurage de la tige donnait lieu à des erreurs importantes. C'est pourquoi, on a entrepris dans ce rapport de formuler ces courbes pour éliminer le problème de l'interpolation, et en même temps pour les adapter à un traitement informatique. Au cours de la formulation de ces tables, on a envisagé la conversion métrique, pour s'apercevoir plus tard qu'elle était inutile.[1] Cet aspect sera analysé en détail plus loin dans le présent rapport.

INFORMATIONS PRÉLIMINAIRES

Ford-Robertson (1971) donne la définition suivante du défilement: "la décroissance de bas en haut de l'épaisseur, exprimée généralement en fonction du diamètre, d'une tige d'arbre ou d'une grume". Les tables ou courbes qui font ressortir ces décroissances servent surtout à dresser des tables de

I.S. Alemdag est un chercheur de l'Institut forestier national de Petawawa, Service canadien des forêts, Environnement Canada, Chalk River, Ontario, KOJ 1JO.

La publication de ce manuscrit a été approuvée le 8 juin 1983.

[1]Dernièrement, Berry (1981) a établi la formule et a converti en unités métriques les tables de cubage susmentionnées par classe de forme.

cubage du bois sur pied ou du bois commercial, et à fournir une bonne représentation du profil longitudinal de la tige. Dans le même ordre d'idée, Belyea (1931) affirme que: "L'ultime raison d'être d'une table de défilement est d'établir la forme moyenne des arbres afin de procéder à un calcul précis de leur cubage." De nombreux spécialistes en foresterie, notamment Behre (1927), Heger (1965), Berry (1969) et Husch et coll. (1972) ont élaboré des méthodes pour dresser des tables de cubage à partir de tables de défilement. Les courbes de défilement sont des outils utiles, premièrement, pour estimer la quantité de billots disponibles dans des tiges de différentes dimensions (Stiell et von Althen 1964); deuxièmement, pour le calcul du volume nécessaire à une utilisation type ou à une forme quelconque de produit (Belyea 1931) comme le cubage marchand pour un diamètre au fin bout donné; troisièmement, pour la prévision d'une longueur de section quelconque prise n'importe où le long de la tige (Demaerschalk 1973); et, quatrièmement, pour le calcul de la longueur d'une section de tige quelconque par unité de volume (Kozak et coll. 1968). Les courbes de défilement sont également d'une certaine utilité pour les constructeurs d'engins d'exploitation forestière qui s'en servent pour connaître la hauteur du diamètre marchand limite ou le diamètre de la tige à une certaine hauteur[2]. Ces courbes trouvent sûrement d'autres applications dans le domaine forestier. Les courbes de défilement et la masse volumique du bois peuvent permettre de calculer la biomasse d'une section donnée de la tige. Finalement, comme nous l'apprend la publication des tables de cubage déjà citées (Anonyme 1948), "on peut au moyen des tables de défilement construire de nouveaux tarifs de cubage par classe de forme qui répondent parfaitement à des besoins locaux."

La classe de forme (CF) est ainsi définie: une des subdivisions à laquelle peut correspondre l'expression chiffrée du défilement; elle sert à des fins de classification ou d'exploitation; c'est généralement une gamme de coefficients de forme, de quotients de forme ou de hauteurs de point de forme (Ford-Robertson 1971). Le quotient de forme, l'une des expressions du défilement, est le rapport d'un diamètre quelconque de la tige de l'arbre au diamètre à hauteur de poitrine (par exemple d_1/D ou d_2/D à la Figure 1). Si ce rapport compare le diamètre à la moitié de la hauteur de l'arbre au-dessus de la hauteur de poitrine, au diamètre de poitrine, on dit que c'est le quotient de forme absolu (par exemple d à H/2, divisé par D, à la Figure 1). Dans la publication originale, on a utilisé le quotient de forme absolu pour définir les classes de forme des tables de défilement. Ces classes sont celles ayant comme quotients de forme absolus 0,576-0,625, 0,626-0,675, 0,676-0,725 et 0,726-0,775. Par la suite, ces classes de forme ont été exprimées comme le rapport réel de la médiane de la classe, multiplié par 100, et ont été cotées 60, 65, 70 et 75.

Les tables de défilement que l'on trouve dans les tarifs de cubage par classe de forme déjà cités (Anonyme 1930) permettent d'estimer directement ou par interpolation, pour une classe de forme précise, le diamètre relatif d'une tige d'arbre à une certaine hauteur de la tige. Dans ces tables, le diamètre relatif est défini comme le rapport d'un diamètre sans écorce de la tige (d) au diamètre sans écorce à hauteur de poitrine (D) mesuré à 4,5 pieds

---

[2]Newnham, R.M. 1971. Rapport classé.

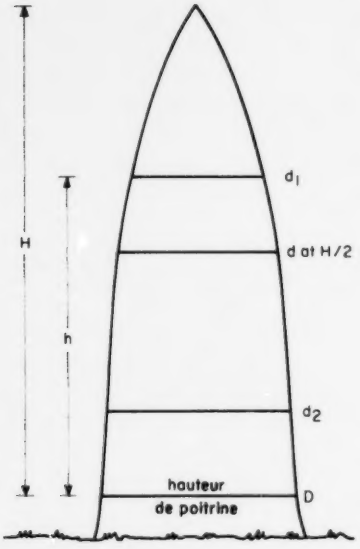

Figure 1. Illustration de la notion de quotient de forme.

(1,372 mètre), alors que la hauteur relative est définie comme le rapport de la hauteur au-dessus de 4,5 pieds, où le diamètre est mesuré (h), à la hauteur totale de l'arbre au-dessus de 4,5 pieds (H). Pour un arbre donné, caractérisé par D et H, et pour une hauteur relative connue (h/H), on peut trouver le diamètre de la tige à cette hauteur en multipliant le diamètre relatif correspondant (d/D) par le diamètre à hauteur de poitrine de cet arbre choisi.

DONNÉES

Afin d'établir la formule de ces courbes (34 courbes pour huit espèces d'arbres), on lit sur chaque courbe les diamètres relatifs à chaque hauteur relative. Ces diamètres sont par la suite considérés comme les valeurs observées (en réalité, ils sont tirés des tables de défilement de l'édition de 1948 de la publication citée précédemment). Dans ces tables, le diamètre relatif correspondant à chaque dixième partie de la hauteur totale au-dessus de la hauteur de poitrine, est exprimé de 0,0 à 1,0. Les diamètres relatifs sont donnés en pourcentages. Pour chaque courbe, on dispose de 11 couples de points de lecture. Ces courbes, tracées à main levée, ont été déduites au départ d'un nombre d'arbres allant de 243 pour le pin lodgepole à 917 pour les épinettes.

MÉTHODE ET ANALYSE

Les données qui ont permis de tracer ces courbes étaient exprimées en pouces et en pieds; toutefois, comme on a utilisé comme variables des valeurs relatives, les rapports des courbes sont donc sans dimension. C'est pourquoi, elles sont valables pour les unités métriques dans leur forme actuelle. Le

seul problème relatif à l'utilisation du système métrique est la relocalisation de la position de la hauteur de poitrine. Le nouveau diamètre à hauteur de poitrine est mesuré à 7,2 cm sous l'ancienne localisation sur la tige, ce qui fait que la nouvelle hauteur totale de l'arbre, au-dessus de la hauteur de poitrine, est plus longue de 7,2 cm. Lorsqu'on s'appuie sur les diamètres relatifs observés pour l'établissement de la formule des courbes, cette différence de hauteur change la hauteur relative initiale des diamètres relatifs de la façon suivante:

$$\acute{p} = (p.H + 0{,}072)/(H + 0{,}072)$$

où $\acute{p}$ est la nouvelle hauteur relative, p la hauteur relative initiale et H, comme précédemment, la hauteur totale exprimée en mètres (Figure 2). Cette modification peut exiger un ajustement des données observées. Toutefois, pour les raisons que nous donnons ci-après, aucun changement de la différence de la hauteur totale dû à la nouvelle position du diamètre de la hauteur de poitrine dans le système métrique n'a été jugé nécessaire. Lorsqu'on examine à la fois la Figure 2 et le Tableau 1, on s'aperçoit que:

Premièrement, le diamètre relatif à 100,0 % ne correspond plus à la hauteur relative nulle, mais à une valeur se situant autour de 0,0035, et la nouvelle hauteur relative nulle correspond à un diamètre relatif légèrement

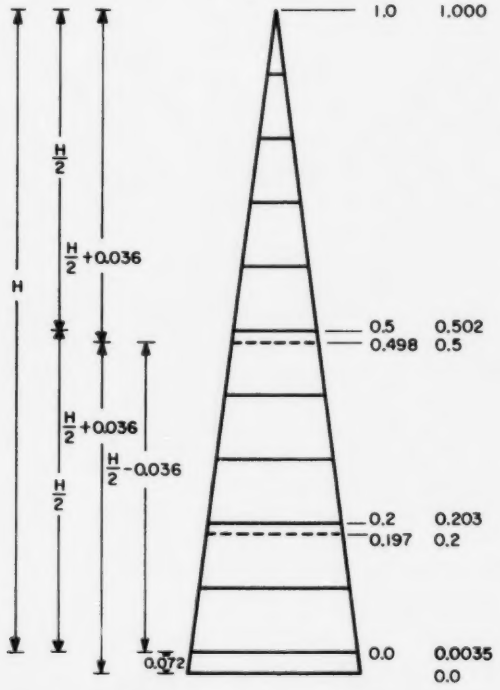

Figure 2. Diagramme faisant voir les changements de position et de valeur des hauteurs relatives suite au changement de la hauteur de poitrine qui passe de 1,372 mètre à 1,300 mètre. Les nouvelles hauteurs relatives sont calculées, à titre d'exemple, pour 20,00 mètres au-dessus de l'ancienne hauteur de poitrine de 1,372 mètre.

Tableau 1. Les anciennes et les nouvelles hauteurs relatives et les hauteurs à divers endroits de la tige résultant du changement de la hauteur de poitrine, nouvelle hauteur: 1,30 mètre. Les nouvelles hauteurs relatives sont calculées, à titre d'exemple, pour 20,00 mètres au-dessus de l'ancienne hauteur de poitrine de 1,372 mètre

H = 20,00 m		H = 20,072 m		
Ancienne		Nouvelle		Ancienne
h/H	h (m)	h/H	h (m)	d/D (%)
1,0	20,00	1,000	20,072	0,0
0,9	18,00	0,900	18,065	13,4
0,8	16,00	0,801	16,078	26,1
0,7	14,00	0,701	14,070	38,0
0,6	12,00	0,601	12,063	49,3
0,5	10,00	0,502	10,076	60,00
0,498	9,96	0,5	10,036	59,79
0,4	8,00	0,402	8,069	70,5
0,3	6,00	0,302	6,062	79,4
0,2	4,00	0,203	4,075	86,9
0,197	3,94	0,2	4,014	-
0,1	2,00	0,103	2,067	93,3
0,0	0,00*	0,0036	0,072	100,0
		0,0	0,00 **	100,8

*À 1,372 mètre au-dessus du niveau du sol.
**À 1,300 mètre au-dessus du niveau du sol.

supérieur à 100,0 %. Ces constatations sont ainsi et on ne peut pas les corriger. Deuxièmement, la différence entre l'ancienne localisation et la nouvelle localisation de la même hauteur relative est très faible et on peut la négliger. Par exemple, dans l'exemple donné, pour la hauteur relative h/H = 0,5 cette différence est de 3,6 cm et pour h/H = 0,2, elle est de 1,4 cm. Troisièmement, les lectures de d/D au milieu de la nouvelle hauteur totale ne coincident pas avec les valeurs médianes initiales, et on ne peut donc continuer d'appeler les nouvelles courbes CF60, 65, 70 ou 75. Quatrièmement, la nouvelle valeur de la hauteur relative correspondant au diamètre relatif initial dépend de la hauteur totale de l'arbre, et la présence de H dans cette expression exige que l'on produise plusieurs courbes pour chaque courbe actuelle du défilement par CF.

À la lumière de ces arguments, on a décidé de ne pas changer les cotes des classes de forme 60, 65, 70 et 75.

Lorsque les diamètres relatifs des courbes de défilement par CF sont reportés vis-à-vis des hauteurs relatives, on obtient des points qui forment une courbe polynomiale à forme convexe décroissante pour h/H compris entre 0

et 1,0. Sur certaines courbes, on remarque une forme sigmoïdale au début, par exemple au-dessus du point de la hauteur de poitrine. Pour chaque courbe, quand h/H = 0,0, alors d/D = 100,0 %; quand h/H = 1,0, alors d/D = 0,0 %; et quand h/H = 0,5, alors d/D = cote de la CF. Suite à ces contraintes, l'équation de la courbe choisie doit satisfaire aux limites de ces conditions.

On peut établir la formule de ces courbes limitées de deux façons: 1) en appliquant l'analyse de régression aux 11 couples de mesures, ou 2) en utilisant une méthode algébrique. Si on décide d'utiliser la méthode de régression pour obtenir les équations, on n'a aucune difficulté, dans la situation actuelle, à satisfaire la première et la deuxième condition, c'est-à-dire à avoir exactement les mêmes valeurs d/D pour les deux extrémités de la courbe, en utilisant une transformation du modèle réel, si ce modèle est une courbe polynomiale.[3] Toutefois, dans le cas présent, faire passer la courbe par le troisième point (cote de la CF) n'est pas une tâche aussi simple. En revanche, la méthode algébrique permet de satisfaire à autant de contraintes que l'on veut peu importent les puissances de h/H choisies. C'est la raison pour laquelle on a retenu la seconde méthode pour le développement des équations de défilement conditionnelles.

Parce qu'on vise à obtenir des courbes analytiques qui ressemblent le plus possible aux formes initiales des courbes tracées à main levée, on a décidé que les équations devaient passer par deux points supplémentaires de la courbe en plus de respecter les trois conditions énoncées précédemment. On a choisi h/H = 0,2 (près du bas de la tige) et h/H = 0,7 (au-dessus du milieu de la tige). Une autre raison qui nous a incité à inclure ces deux points est la

---

[3] Si, par exemple, l'équation polynomiale a la forme

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2 + b_3 \cdot X^3$$

alors, compte tenu des contraintes régissant la courbe, c'est-à-dire

$b_0 = 100,0$ et

$b_1 + b_2 + b_3 = -100,0$

une analyse de régression doit être faite au moyen de l'équation transformée:

$$(Y - 100,0 + 100,0 \cdot X) = b_2 \cdot (X^2 - X) + b_3 \cdot (X^3 - X)$$

afin d'obtenir les paramètres b_2 et b_3. On trouve ensuite b_1 au moyen de

$$b = -100,0 - b_2 - b_3$$

en sachant que cet ajustement peut ne pas être l'ajustement optimal. Le pourcentage de variation de la variable dépendante et l'erreur-type de l'estimation (ETE) doivent être calculés au moyen de leur propre formule et à l'aide des données d'observation et de ces paramètres.

suivante: en développant les équations au moyen de trois points seulement, on obtient la même courbe CF60 (ou 65, 70, 75) quelle que soit l'essence. De plus, l'utilisation d'une équation qui contient la variable h/H à la puissance 3 et à la puissance 4 permettra sans doute d'ajuster la partie sigmoïdale de la courbe.

Même si Gray (1956) et Newnham (1965) ont montré qu'une équation quadratique (parabole) et des fonctions simples permettaient de décrire adéquatement la forme du fût, ce que d'autres chercheurs ont confirmé par la suite (Kozak et Smith 1966, Munro 1968), une fonction non quadratique a dû être choisie pour les raisons déjà citées. Après avoir arrêté ces décisions, on a retenu le modèle suivant pour la formulation des courbes:

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2 + b_3 \cdot X^3 + b_4 \cdot X^4$$

où Y = d/D et X = h/H.

Conformément aux contraintes établies précédemment, b_0 est toujours égal à 100,0 et la somme des coefficients des b est égale à -100,0. Donc

$$b_1 = -100,0 - b_2 - b_3 - b_4$$

Dans l'équation, quand on substitue au coefficient b_1 sa nouvelle expression on obtient après simplification,

$$Y = (1.0-X) \cdot 100,0 + (X^2-X) \cdot b_2 + (X^3-X) \cdot b_3 + (X^4-X) \cdot b_4$$

Pour obtenir les coefficients inconnus b_2, b_3 et b_4, on a besoin de trois équations différentes utilisant trois couples de valeurs d/D et h/H provenant des données observées, par exemple les valeurs correspondant à un d/D de 0,2, 0,5 et 0,7. On peut alors sans problème calculer le coefficient b_1.

Après avoir calculé les coefficients de chaque courbe d'une classe de forme, on doit savoir la précision avec laquelle l'équation répond aux données. Pour ce faire, on utilise le pourcentage de variation de la variable dépendante (R^2) et l'erreur-type de l'estimation exprimée en pourcentage de la moyenne de la valeur prévue (ETE %). Ces pourcentages sont faciles à calculer au moyen de leur formule et de l'utilisation des données d'observation concurremment avec les coefficients calculés dans l'équation précédente.

RÉSULTATS

Les coefficients des équations de chacune des 34 courbes de défilement par classe de forme ont été résolus au moyen de l'équation précédente, et sont donnés au Tableau 2. Ce Tableau contient également R^2 et ETE %. Une valeur de R^2 très élevée et une valeur de ETE % très faible indiquent un ajustement presque parfait. On s'attend à un ajustement raisonnable parce que les équations ont été développées au moyen de données d'observation tirées directement des courbes déjà tracées, et parce qu'on a mis à 0 les résidus de

Tableau 2. Coefficients des équations des courbes de défilement par classe de forme

Classe de forme	Coefficients de l'équation* b_1	b_2	b_3	b_4	R^2	ETE %
			Sapin baumier			
60	-54,612	-57,054	13,452	-1,786	0,9999	0,82
65	-62,322	45,655	-160,714	77,381	0,9998	0,96
70	-64,703	121,369	-291,190	134,524	0,9994	1,67
75	-54,642	107,976	-241,429	88,095	0,9995	1,39
			Pin gris			
60	-79,493	37,827	-97,024	38,690	0,9996	1,47
65	-85,089	76,756	-94,643	2,976	0,9997	1,12
70	-71,102	52,768	-40,595	-41,071	0,9994	1,63
			Pin lodgepole			
60	-72,173	-72,827	183,690	-138,690	0,9993	1,87
65	-93,542	81,875	-50,833	-37,500	0,9995	1,51
70	-62,023	-14,643	98,095	-121,429	0,9997	1,07
			Pin rouge âgé de plus de 120 ans			
70	-92,797	96,131	-18,810	-84,524	0,9963	3,92
75	-85,953	129,826	-86,190	-57,143	0,9987	2,21
			âgé de moins de 120 ans			
70	-72,470	74,137	-95,119	-6,548	0,9967	3,91
75	-59,375	67,708	-87,500	-20,833	0,9999	0,61
			Pin blanc âgé de plus de 120 ans sous 36,6 cm			
65	-97,917	101,250	-78,333	-25,000	0,9995	1,48
70	-71,905	85,238	-132,381	19,048	0,9999	0,33
75	-65,535	122,202	-207,857	51,190	0,9999	0,27
			De 36,6 cm à 49,5 cm			
65	-108,958	173,958	-219,167	54,167	0,9994	1,71
70	-103,542	218,542	-310,833	95,833	0,9999	0,77
75	-78,660	180,327	-290,357	88,690	0,9999	0,25

Tableau 2. (suite)

Classe de forme	Coefficients de l'équation*					
	b_1	b_2	b_3	b_4	R^2	ETE %
			Au-dessus de 49,5 cm			
65	-128,809	275,476	-384,762	138,095	0,9994	1,71
70	-106,993	225,327	-307,024	88,690	0,9996	1,27
75	-105,417	295,417	-448,333	158,333	0,9998	0,89
			âgé de moins de 120 ans			
60	-64,375	36,042	-117,500	45,833	0,9997	1,38
65	-68,185	123,185	-272,262	117,262	0,9999	0,77
70	-57,173	102,173	-206,310	61,310	0,9995	1,41
			Épinettes sous 24,1 cm			
60	-92,143	92,143	-171,429	71,429	0,9998	1,07
65	-56,190	-13,810	-25,238	-4,762	0,9999	0,57
70	-61,487	74,821	-174,048	60,714	0,9996	1,33
75	-49,970	54,970	-115,119	10,119	0,9999	0,67
			Au-dessus de 24,0 cm			
60	-92,232	77,232	-126,071	41,071	0,9998	0,94
65	-93,215	136,548	-217,143	73,810	0,9997	1,18
70	-89,733	191,399	-326,071	124,405	0,9994	1,60
75	-63,006	128,006	-242,976	77,976	0,9993	1,66

*Le coefficient b_0 est toujours égal à 100,0.

5 des 11 couples de données observées. Toutefois, ces valeurs indiquent en plus, d'une part, la précision des courbes tracées initialement à main levée et, d'autre part, la précision de l'ajustement de l'équation mathématique choisie.

A des fins de vérification et à l'aide des coefficients calculés, toutes les courbes ont été tracées par ordinateur pour toutes les valeurs de X par pas de 0,01; aucune anomalie imputable aux composants de puissance 3 et de puissance 4 de la variable indépendante n'a été relevée. En outre, on doit noter que, lorsqu'elle apparaît, la forme sigmoïdale de la courbe est étroitement rapprochée.

Lorsque l'une quelconque de ces équations est évaluée, on peut voir quand h/H = 0,0 que d/D = 100,0; quand h/H = 1,0, que d/D = 0,0; et quand les valeurs de d/D correspondent aux valeurs h/H de 0,2, 0,5 et 0,7, qu'elles

concordent avec les valeurs initiales de d/D. Le diamètre relatif à h/H = 0,5 est, comme on s'en doute bien, la cote de la classe de forme de la courbe. On donne au Tableau 3 un exemple des diamètres relatifs initiaux et estimés et des rapports de diamètres à différentes hauteurs relatives pour la CF60 du sapin baumier et la CF75 du pin blanc âgé de plus de 120 ans et dont le diamètre à hauteur de poitrine est supérieur à 49,5 cm. La Figure 3 montre les courbes de l'équation correspondante.

Tableau 3. Pourcentages des diamètres initiaux et estimés pour a) la CF60 du sapin baumier, b) la CF75 du pin blanc âgé de plus de 120 ans et dont le diamètre est supérieur à 49,5 cm

h/H	a		b	
	Initial d/D (%)	Estimé d/D (%)	Initial d/D (%)	Estimé d/D (%)
0,0	100,0	100,0	100,0	100,0
0,1	93,3	94,0	91,0	92,0
0,2	86,9	86,9	87,4	87,4
0,3	79,4	78,8	83,8	84,1
0,4	70,5	69,8	80,0	80,5
0,5	60,0	60,0	75,0	75,0
0,6	49,3	49,4	67,0	66,8
0,7	38,0	38,0	55,2	55,2
0,8	26,1	26,0	40,6	40,0
0,9	13,4	13,3	22,0	21,5
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Comme on l'a très bien établi jusqu'à présent, trois variables déterminent la forme du profil longitudinal de la tige: le diamètre à hauteur de poitrine, la hauteur totale au-dessus de la hauteur de poitrine, et les quotients de forme absolus répartis dans des classes de forme. Toutefois, pour certaines essences précises, le changement de la forme de la tige en fonction de l'une de ces variables est difficile à percevoir si les autres variables restent constantes. C'est ce qu'on peut voir à la Figure 4 au moyen a) d'arbres ayant un diamètre et une hauteur totale spécifiques; b) d'arbres ayant une classe de forme et un diamètre spécifiques; et c) d'arbres ayant une classe de forme et une hauteur totale spécifiques.

L'un des avantages de ces formules, comme on l'a déjà mentionné, est de pouvoir estimer, lorsqu'on traite un très grand nombre d'arbres, les diamètres en tout point de la tige sans interpoler entre les valeurs égales à des dixièmes de la hauteur totale.

Les équations que l'on vient de développer sont valables pour les unités métriques et pour des diamètres correspondant à une hauteur de poitrine de 1,30 mètre au-dessus du sol.

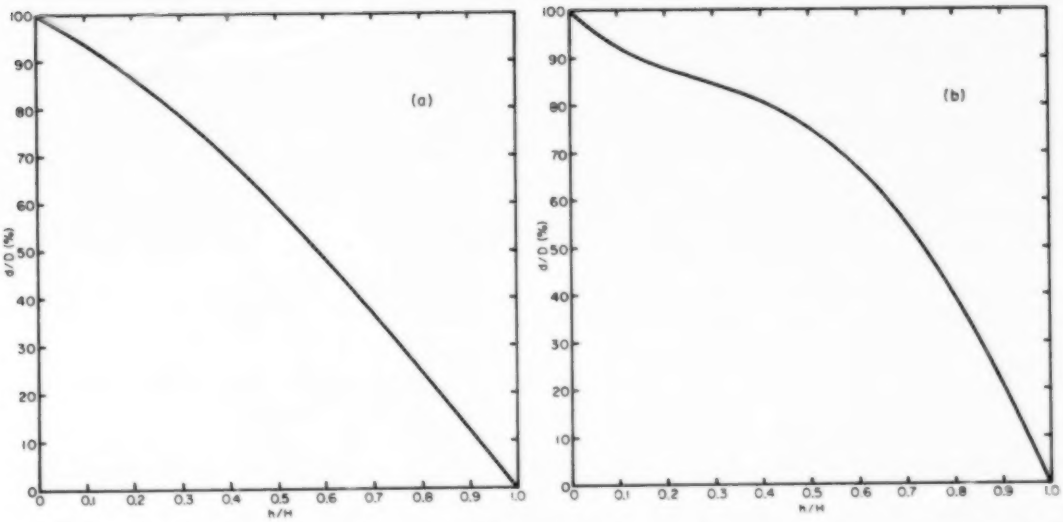

Figure 3. Courbes de défilement formulées par classe de forme pour a) la CF60 du sapin baumier, et b) la CF75 du pin blanc âgé de plus de 120 ans et dont le diamètre est supérieur à 49,5 cm.

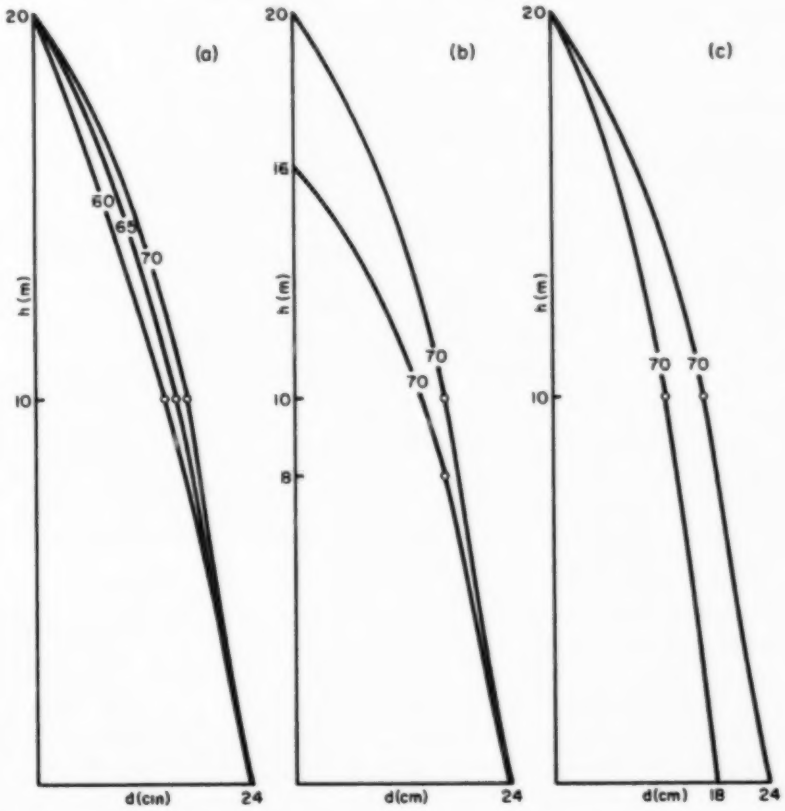

Figure 4. Les formes du pin gris, au-dessus de la hauteur de poitrine, en fonction du diamètre à hauteur de poitrine, de la hauteur totale de l'arbre au-dessus de la hauteur de poitrine et du quotient de forme: a) pour un diamètre donné quand les hauteurs sont les mêmes, b) pour un quotient de forme donné quand les diamètres sont les mêmes, et c) pour un quotient de forme donné quand les hauteurs sont les mêmes.

REMERCIEMENTS

L'auteur est extrêmement reconnaissant à M. D.J. McGuire. Ce technicien du projet de croissance et rendement du bois et de la biomasse, à l'Institut forestier national de Petawawa, a tracé les figures de ce présent rapport.

BIBLIOGRAPHIE

Behre, C.E. 1927. Form-class taper tables and volume tables and their application. J. Agr. Res. 35: 673-744.

Belyea, H.C. 1931. Forest measurement. John Wiley and Sons, Inc. New York. 319 p.

Berry, A.B. 1969. Revised volume tables and taper curves for plantation white spruce. Can. Dept. Fish. and For., Petawawa For. Exp. Sta., Inf. Rep. PS-X-9. 18 p.

Berry, A.B. 1981. Metric form-class volume tables. Can. Dept. Environ., Can. For. Serv., Petawawa Nat. For. Inst., Inf. Rep. PI-X-10. 24 p.

Bonnor, G.M. 1968. Interpolation errors on some stem profiles. For. Chron. 44(5): 24-25.

Can. Dep. Interior. 1930. Form-class volume tables. Forest Serv. 199 p.

Can. Dep. Mines and Res. 1948. Form-class volume tables. Dominion Forest Serv. 261 p.

Demaerschalk, J.P. 1973. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. Can. J. For. Res. 3(1): 90-94.

Ford-Robertson, F.C., Editor. 1971. Terminology of forest science, technology, practice and products. English language version. Soc. Am. For. Washington, D.C. 349 p.

Gray, H.R. 1956. The form and taper of forest tree stems. Imp. For. Inst. Paper 32. 79 p.

Heger, L. 1965. A trial of Hohenadl's method of stem form and stem volume estimation. For. Chron. 41(4): 466-475.

Husch, B.; Miller, C.I.; Beers, T.W. 1972. Forest mensuration. The Ronald Press Company, New York. 410 p.

Kozak, A.; Smith, J.H.G. 1966. Critical analysis of multivariate techniques for estimating tree taper suggests that simpler methods are best. For. Chron. 42(4): 458-463.

Kozak, A.; Munro, D.D.; Smith, J.H.G. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. For. Chron. 45(4): 278-283.

Munro, D.D. 1968. Methods of describing distribution of soundwood in mature western hemlock trees. Univ. B.C., Fac. For., Ph.D. thesis. 188 p.

Newnham, R.M. 1965. Stem form and the variation of taper with age and thinning regime. For. 38(2): 218-224.

Stiell, W.M.; von Althen, F.W. 1964. Revised taper curves and volume tables for plantation red pine. Can. Dept. For., Forest Res. Br., Publ. No. 1075. 19 p.